

# Om Vandets største Virkning ved Underfalds Hiul.

I Anledning af Smeatons Forsøg derom.

af

J. M. Geuß.

§. I.

**A**nvendelsen af Vandets Stød til Maskiners Bevægelse ved Hielp af de bekiendte Underfalds-Hiul er saa almindelig, at man har Marsag til at formode, at denne bevægende Krafts Storrelse var for lange siden ved de neiagtigste Udmaalinger bestemt. Derimod finder man, at de dertil fornødne Regler ere endnu temmelig usikre, eller i det mindste paa forskjellige Maader blevne angivne. Nogle Medlemmer af det franske Videnskabers Akademie i Paris fandte 1667 a) ved Forsøg, at Vandets directe Stød er lige med Begten af et Vand-Prisma, som hor det udløbende Vands Nabning til Grundflade og Heiden af det opdannede Vand til Hoide. Omfider fandt man ved neiagtigere Forsøg, at det bemeldte Prismas Hoide burde antages liig med den til Vandets Hastighed svarende Hoide, og denne Regel holdtes almindelig for rigtig, indtil Daniel Bernoulli i Maret 1736 b) bragte en nye paa Bane. I Folge hans theoretiske Underføgelsler skulde det bemeldte Prisma, som udtrykker Vandets Stød, være saahøit, som den dobbelte Hoide, der svarer til Vandets Hastighed. De Forsøg, som han bragte i Forslag til at sette denne Theorie paa Prøve, bleve af G. W. Kraft i Petersborg i Maren 1736 og 1737 c) anstillede. De bestyrker Theoriens

E e e 3

ens

a) Duhamel historia Reg. Sc. Scient. Acad. L. 1. Sect. III. Cap. 5.

b) Comment. Petropolit. Tom. VIII. p. 136.

c) Georg Wolfgang Kraft de vi venæ aqueæ. Comment. Petropolit. Tom. VIII. & XI.

ens Rigtighed meget vel, dog har Prof. Hennert *d*) af de samme Forsøg beviist at det bemeldte Prismas Hvide skulde kun være liig med 1,7 af den til Vandets Hastighed svarende Hvide. Her har man altsaa to om ikke tre forskiellige Udmaalinger af Vandets Stød, som ere forskiellige i Forholdet, som 1:2, eller i det mindste som 10:17. — Bernoullis Regel er ved Bossuts Forsøg *e*) paa det nærmeste bleven stadfæstet, og derimod beviser de af D'Alembert, Condorcet og Bossut anstillede nyere Forsøg den gamle Regels Rigtighed *f*). Ved denne usikre Bestemmelse af Vandets Stød saavel ved Theorie som ved Forsøge følge de fleste mekaniske Skribentere en anden Regel, som paa visse Maader foreener disse forskiellige Bestemmelser: man skal nemlig bruge det gamle Maal for Vandets Stød, naar Fioldene i et Vand-Hiul ikke ere større end Vandstraalens Tværsnit (*sectio*); derimod skal man betiene sig af den nyere, naar Fioldene ere meget større end Vandstraalens Tværsnit. Saavidt jeg veed har den store Euler 1748. *g*) først giort dette Forslag, som af hans Son i et Priiskrift om Vandets fordeelagtigste Brug til Møllers Bevægelse, og endeel nyere Forfattere er antaget *h*), Men foruden at denne Regel ikke er beviist, lader den ogsaa endnu meget ubestemt.

## §. II.

Da saaledes Vandets absolute Kraft hidindtil endnu er ufuldkommen bestemt, saa kan det i Henseende til dets største Virkning ikke være anderledes. Det Begreb om en Krafts største Virkning, som mathematiskke Mechaniker have fastsat, grunder sig paa følgende Betragtninger. Naar man forestiller sig, at en Straale støder an paa Fioldene af et Hiul, saa ere følgende tvende Tilfælde muelige: det første, naar Hiulet er for meget betyngt til at Vandets Kraft kan sætte det

- d*) Verhandlingen af de Hollandske Maatschappy der Wetenschappen te Harlem. IX Deel. 3 Stuck. 1767.  
*e*) Hydrodynamique 1771. Tom. II. p. 325.  
*f*) Experiences sur la resistance des fluides. 1777. pag. 173.  
*g*) Memoires de Berlin. 1748. pag. 192.  
*h*) Quomodo vis aquæ cum maximo lucro ad molas circumagendas impendi possit, auct. Joh. Alb. Euler. Gotting. 1754. p. 8. Ham følger Kæstner, Karsten og Wönnich i deres mekaniskke Skrifter.

det i Bevægelse, det andet, naar Hiulet løber om med samme Hastighed som Vandpartiklerne have i Straalen. I begge Tilfælde bringer Vandets Kraft slet ingen Virkning i Maskinen frem; thi i det første er dets Kraft utilstrækkelig, og i det andet virker det aldrig paa Hiulet, da et Legeme, som med en jevn Bevægelse gaaer foran for et andet, naturligtviis ikke erholder nogen Indtryk af det sidste. I alle Tilfælde, som falde imellem disse yderste Grændser, fremkommer en virkelig Bevægelse, og især vil en større Last blive bevæget med en mindre Hastighed, en mindre Last med en større Hastighed. En Maskines Virkning bestemmes efter Vægten, som den opfordrer, og Hastigheden, hvormed den opfordrer samme; og altsaa vil man blant de forskellige Vægte, som kan blive opfordrede med forskellige Hastigheder, kunne finde een, hvorved Produktet af Vægten og Hastigheden bliver et maximum, og hvorved Maskinens Virkning sølgelig er den største. Hvor naturlig denne Forestilling om en Krafis største Virkning ogsaa er, saa er den dog først 1704 af den franske Mathematiker Parent bleven udviklet *1*). Er Vandets Hastighed  $= c$ , et Vand-Hiuls Hastighed  $= x$ , saa falder Vandet paa Fioldene med Hastigheden  $= c - x$ ; dets Kraft er proportional med Hastighedens Kvadrat  $(c - x)^2$ ; og denne anvendes med Hastigheden  $= x$ , sølgelig er Vandets Virkning paa Hiulet proportional med  $(c - x)^2 x$ . Søges heraf maximum, saa findes  $x = \frac{2}{3} c \pm \frac{1}{3} c = \frac{1}{3} c$ , da Værdien af  $x = c$  slet ingen Virkning giver. Uden at forudsætte noget videre, end at Vandets Kraft er proportional Kvadraten af Hastigheden, er det altsaa beviist, at Fioldene i et Underfalds-Hiul skal gaae frem med  $\frac{1}{3}$  af Vandets Hastighed, naar Vandets Virkning i Maskinen skal være et maximum. Derved bliver altsaa  $c - x = \frac{2}{3} c$ , altsaa den største Kraft som Vandet anvender, proportional med  $\frac{4}{9} c^2$ , og dets største Virkning proportional med  $\frac{8}{27} c^3$ .  $\frac{1}{3} c = \frac{2}{7} c^3$ . Indsætter man i disse Udtryk Maalet paa Vandstødets absolute Kraft, som er enten  $pnh$ , eller  $1,7 pnh$ , eller  $2 pnh$  (§. I.), hvori  $p$  er Vægten af en Cubicfod Vand,  $n$  det omtalte Prismas Grundflade, og  $h$  dets Høide, saa er Vandets største Kraft enten  $= \frac{4}{9} pnh$  eller

*1*) Memoires de l'Acad. des Sciences. Année 1704. Belidors Architectura hydraulica. I Bog. Side 104. af Oversættelsen.

## 592 G. Om Vandets største Virkning ved Underfalds-Hjul.

eller  $= \frac{5,8}{9} pnh$ , eller  $= \frac{5}{8} pnh$ , og dens største Virkning enten  $= \frac{4}{7} pnh$

eller  $= \frac{5,8}{27} pnhc$  eller  $= \frac{5}{27} pnc$ . Det er altsaa klart, at den Uvished, som her forekommer, grunder sig paa Uvisheden om Vandets absolute Kraft, og at dets største Virkning er bestemt, naar dets absolute Kraft er fastsat.

## §. III.

For at afgjøre denne Uvished i Henseende til Vandets største Virkning har Herr Smeaton, en meget fortient Mechaniker, anstilt en Mengde Forsøg, som da formodentlig ogsaa vil give Oplysning om Vandets Kraft i Almindelighed. Han betiente sig dertil af et Vandkar, hvis Grundflade var 105, 8 Quadrattomme og Høide omtrent 3 Fod. Foran for samme Kar lagde han et Underfalds-Hjul med 24 Fjelde, aubragt i Diametrens Direction, hvoraf Peripherien var 75 Tomme, ligesom Axlens Peripherie var 9 Tomme. I Karret selv var en Regulator anbragt for derefter at bedømme Vandets egentlige Høide, og en meget sindrig indrettet Pumpe, hvorved det udlebne Vand blev bragt op i Karret igien, og Vandet deri holdt stedse til den samme Høide. Ved Forsøgene betiente han sig af forskiellige Abninger for det udlebende Vand, og af forskiellige Høider af Vandet i Karret. Det udlebende Bands Hastighed bestemte han ved Erfaring aleene paa følgende Maade: han lod først det tomme Hjul bevæges af Vandet, og anmerkede Antallet af Omløbene i en Minut; da Vandet her maatte overvinde Hjulets Inerts, Tappernes Friction og Luftens Modstand, saa kunde Hjulet ikke erholde Vandets Hastighed; han satte derpaa Hjulet i samme Direction ved en Vegt aleene i Bevægelse, saaledes at det gjorde nogle flere Omløb i en Minut end tilforn *k*), og lod derefter Vandet tillige løbe derpaa; naar nu Hjulet gjorde flere Omløb i en Minut end forhen med Vekten aleene, saa havde Vandets

*k*) Hjulet erholdte formedelst denne Vegt en accekerert Hastighed, og jeg indseer altsaa ikke hvorledes Smeaton derved har kunnet bestemme Hjulets jevne Hastighed nøiagtig.

dets Kraft bidrager til dets Bevægelse, og naar det gjorde et mindre Antal af Omlob saa maatte det med mindre Hastighed forsynede Vand have forhindret dets Bevægelse; han sluttede heraf, at han havde fundet Vandets Hastighed ved Hju-lets Omlob, naar det derpaa faldende Vand hverken formæredede eller formindskede dets Hastighed. Naar dette var gjort lodhan det af Vandet bevægede Hjul opfordre en vis Lyngde, bemærkede Omlobenes Antal i en Minut og foregedede denne Lyngde gradvís indtil den blev saa stor, at den var i Ligevegt med Vandets Kraft. De saaledes opfordrede Lyngder multiplicerede med de derved anmerkte Hjul-Omløb gave altsaa en Række af Producter, hvoriblant den største udviste det Forsøg hvori Vandets Virkning havde været den største.

## §. IV.

Med denne Indretning og paa denne Maade gjorde Smeaton i Aarene 1752 og 1753 en Mengde Forsøg, og meddeelte dem i Aaret 1759 <sup>1)</sup> tilligemed endeel andre over Vandets Virkning paa Oersalbs-Hjul, og over Vindens Kraft ved Weiermøller til det Kongl. Videnskabers Selskab i London, som tilkiendte ham derfor Sir Copleys Medaille, der hvert Aar tilfalder Forfatteren af den beste til Selskabet indgivne experimentale Afhandling. Resultatet deraf findes paa anførte Sted saaledes.

- 1) An experimental inquiry concerning the natural powers of water and wind to turn mills and other machines, depending on a circular motion. By J. Smeaton F. R. S. See Philos. Transact. Vol. 51. Part. I. for the Year 1759. Side 100-174.

594 G. Om Vandets største Virkning ved Underfalbs-Hjul.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
For- søg.	Vandets Hvide i Karret.	Det tomme Hjuls Om- løb i en Mi- nut.	Hjulets Omløb ved den største Virkning.	Den Lyngde som var i Lige- vegt med Van- dets Kraft.	Lyngden som blev opfordret ved den største Virkning.	Det udløb- ne Vand i en Minut.	De for- skjellige Mabnin- ger,
1	33 Tom.	88	30	13 Pd. 10 Unz.	10 Pd. 9 Unz.	275 Pd.	første
2	30	86	30	12 10	9 6	264,7	
3	27	82	28	11 2	8 6	243	
4	24	78	27,7	9 10	7 5	235	
5	21	75	25,9	8 10	6 5	214	
6	18	70	23,5	6 10	5 5	199	
7	15	65	23,4	5 2	4 4	178,5	
8	12	60	22	3 10	3 5	161	
9	9	52	19	2 12	2 8	134	
10	6	42	16	1 12	1 10	114	
11	24	84	30,75	13 10	10 14	342	anden
12	21	81	29	11 10	9 6	297	
13	18	72	26	9 10	8 7	285	
14	15	69	25	7 10	6 14	277	
15	12	63	25	5 10	4 14	234	
16	9	56	23	4	3 13	201	
17	6	46	21	2 8	2 4	167,5	
18	15	72	29	11 10	9 9	357	trede
19	12	66	26,75	8 10	7 6	330	
20	9	58	24,5	5 8	5	255	
21	6	48	22,5	3 2	3	228	
22	12	68	27	9 2	8 6	359	fjerde
23	9	58	26,25	6 2	5 13	332	
24	6	48	24,5	3 12	3 8	262	
25	9	60	27,3	6 12	6 6	355	femte
26	6	50	24,6	4 6	4 1	307	
27	6	50	26	4 15	4 9	360	siette.

§. V.

Af disse Forsøg udleder S. ved hans Beregninger 1) at Vandets Hastig-  
hed er til Hjulets, som 5 : 2, og at Grændserne af dette Forhold ere 3 : 1 og

2 : 1.

2 i 1. 2) At Vandets Kraft ikke har noget bestemt Forhold til Tyngden, som den opfordrer ved den største Virkning, men at det falder imellem 20 : 19 og 20 : 15 ell. r 4 : 3, hvilket sidste han holder for meest brugbar i det store. 3) At Vandets totale Virkning er til den største Virkning, som 10 : 3, eller i det mindste altid falder imellem disse Forholde 10 : 3, 2 og 10 : 2, 8 *m*). Han forsikrer videre, at han har funden disse Regler rigtige ved at bygge en Mengde Mølleværke imellem 1753 og 1759; og igientager samme Forsikring i Henseende til de følgende Aar i en 1776 til det Londener Videnskabers Selskab indgiven Afhandling om Kræfternes Maal *n*). Paa samme Sted viser han videre omstændelig, at Desaguliers, Belidor og Maclaurin have taget Feil med Parent i Henseende til de (S. 2) anførte Sætninger, og at denne hele hydrauliske Theorie var kuldkastet ved hans Forsøge, især da ingen havde indvendt noget derimod i de sidste 17 Aar. Ligesom nu Følgerne af Hr. Smeatons sidste Forsøg ere blevne undersøgte af Hr. Milner i Cambridge *o*), saa holder jeg ogsaa for at hans første Forsøg kunne fortiene en Undersøgning, deels for at vise, hvorvidt bekiendte Theorier derved kuldkastes eller ei, og deels for at bestemme deres rette Brug i Maskinvæsenet, hvori vi har Mangel paa brugbare Forsøg. Denne Afhandling bør derfor ikke ansees for polemisk; jeg agter kun ved Smeatons Forsøg at giøre det, som nyere hydrauliske Skribenter have gjort ved Mariottes, Guiselinis, Polenis o. a. Forsøg, nemlig at anvende dem til Sandhedens Opdagelse, og til den Ende først at undersøge, hvorvidt de ere tilforladelige.

## §. VI.

De Forsøge, hvorved Hr. Smeaton har vildet berige Maskinvæsenets Theorie, ere, som af det foregaaende sees, saadanne som kan anstilles i et Værelse og ere altsaa ikke giorte med Maskiner selv i det store, skient Hr. S., som en practisk Mechaniker, ogsaa dertil havde kundet faaet Leilighed. Imidlertid

§ f f f 2

bør

*m*) Paa a. St. Side. 122.

*n*) An experimental examination of the quantity and proportion of mechanic power. By I. Smeaton. See Philos. Transact. for the year 1776. Vol. 66. Part. 2. pag. 450.

*o*) Philos. Transact. Vol. 68. for the Year 1778. Part. 1. pag. 344.

596 G. Om Vandets største Virkning ved Undersøls-Hjul.

bor de saa som de ere være velkommen, da andre Forsøg, som i samme Hæ-  
 seende forhen ere anstillede, ikke indbefatter det Tilfælde om Vandets horizontale  
 Sted, og da de siden efter af andre foretagne ere mindre fuldkomne p). Forfat-  
 terens Duelighed til at experimentere bor vi ligesvem forudsætte; vi bør antage,  
 at han har havt Færdighed i at bruge den i Karret anbragte Pumpe saaledes, at  
 Vandet dermed holdtes stedse paa eens Hvide, og at han har været noksom øvet  
 i at tælle Hjulets Omlebe i en Minut, Skient dette sidste maae sommetider have væ-  
 ret vanskelig nok, da han angiver  $\frac{7}{10}$ ,  $\frac{10}{10}$  Omlebe, som dog ikke saa let falder  
 i Sinene. Men desuden troer jeg dog, at kunde giøre tvende Anmerkninger  
 over hans Forsøg.

1) For at bestemme den Vægt, som opfordres ved Vandets største Virk-  
 ning, begyndte S. formodentlig med Opfordringen af 1 Pund. I et af ham selv  
 anført Exempel over den hele Proces, som var forneden ved hvert af de 27 Expe-  
 rimeter (S. 4), sees at han hver Gang forsøgede det med 1 Pund. Dette er nu  
 vel ikke skeet alletider, som ogsaa Tallene i den 6te Columne (S. 4) udviser.  
 Smidlertid er det uvis, om han med denne Forsøgelse er gaaet langsom nok tilværks;  
 thi Elvius q) har allerede gjort den Anmerkning over Wallerius's Forsøg, at de  
 opfordrede Vægte forandre sig kun lidt omkring ved maximum. Man kan alt-  
 saa, naar man ikke gaaer frem med meget smaa Forsøgeffer, let holde noget for  
 et maximum, som ikke virkelig er det.

2) De ved den største Virkning opfordrede og i den 6te Columne anførte  
 Vægte ere hver Gang saaledes fundne. Forsøget viste umiddelbar, hvorman-  
 ge Pund der havde lagt i Skaaen, som Hjulet trak op formedelst en Snor, der  
 gik over en fast Tridsse. Til denne Vægt maatte altsaa Skaalens Tyngde tillæg-  
 ges, tillige med Tyngden af en derved befindlig løs Tridsse. Disse tvende Væg-  
 te var unegtelig opfordrede ved Vandets største Virkning; men Vandet havde  
 end

p) Gerard Wallerius har for 1728 gjort saadanne Forsøg med en af Polhem opfun-  
 den Maskine, hvoraf Triewald har bekiendtgjort endeel i hans Forelæsninger  
 over Naturkundigheden Tom. 2. Side. 239. flere Forsøg findes hos Bouat,  
 Hydrodynamique Tom. II. S. 805. pag. 378; og hos Brigadeer D'Antoni, In-  
 stituzioni fisico-meehaniche. Tom. II. S. 570. pag. 723.

q) Om Effekter af Vanddrifter. Side. 61.



end videre overvunden Hjulets Friction, og derfor maatte altsaa endnu noget til-  
 lægges til den forhen fundne Summe. Smeaton bestemmer dette paa følgende  
 Maade: han sætter det tomme Hjul ved en anbragt Vegt allene i Bevægelse,  
 saaledes at det gior ligesaamange Omløb, som det gjorde ved den største Virkning,  
 og denne Vegt anseer han for Maaket af Frictionen og al øvrig Modstand.  
 F. E. I det første Forsøg var den opfordrede Vegt 8 Pund, Skaalen tillige med  
 den løse Tridse 10 Unzer, denne sidste Vegt og 2 Unzer dertil = 12 Unzer gav  
 det tomme Hjul samme Hastighed, som det havde ved maximum, og derfor  
 sætter han den hele Modstand = 8 Pund + 10 Unzer + 12 Unzer = 9 Pund  
 6 Unzer. Men heri tager han unegtelig Feil. Det er rigtig nok, at de sidste  
 12 Unzer ere lig med det tomme Hjuls Modstand; men denne Modstand bliver  
 langt større, naar Hjulet opfordrer en vis Tængde.

Det som egentlig skulde tillægges til enhver ved Erfaring bestemt Vegt,  
 kunde beregnes, naar Herr S. havde angivet Maal paa enhver Deel af hans  
 Maskine. Jeg vil imidlertid anstille en Beregning ved at antage Deelenes  
 Størrelse saaledes, som den rimeligviis har været. Hjulets Diameter var  $23\frac{1}{2}''$ ,  
 Akslens  $2\frac{1}{2}''$ , den opfordrede Vegt 8 Pund 10 Unzer = 8,62 Pund. Jeg an-  
 tager videre Diametren af begge Tridser, den løse og den faste, =  $5''$ , deres  
 Tappers =  $3''$ , Hjulaksens Tap =  $6''$ , Snorens Diameter  $3''$ . Snorens

Spænding ved den første Tridse er  $\frac{8,62}{2} = 4,31$  Pund, altsaa Ubsieligheden  
 = 0,21; samme er ved den anden Tridse = 0,22 Pund; og ved  
 Hjulaksen = 0,46 Pund; selgelig er den heele Modstand, som  
 reiser sig fra Snorens Strøvhed = 0,89 Pund. Frictionen ved den løse

Tridses Tap er =  $\frac{8,62}{3} = 2,87$  Pund, og samme anbragt paa Tridsens Pe-  
 ripherie 0,14 Pund. Tængden paa den faste Tridse er  $8,62 + 0,14 + 0,21$   
 = 8,97 Pund, Frictionen paa Tapperen derfor = 2,99 Pund, som udgior paa  
 Tridsens Peripherie 0,15 Pund. Den hidindtil beregnede Modstand er paa

Hjulets Arel =  $\frac{9,12}{2} = 4,56$  Pund, og paa Hjulets Peripherie = 0,54

## 598 G. Om Vandets største Virkning ved Underfalbs-Hjul.

Pund. Saaledes er da den heele Tyngde paa Tapperne, som Hjulet gaaer paa, foruden Hjulets Tyngde,  $= 4,56 + 0,54 = 5,1$  Pund; Frictionen paa samme Sted altsaa  $= \frac{5,1}{3} = 1,7$  Pund, og samme reduceret paa Arlens Peripherie  $= 0,28$  Pund. Tager man Modstanden af Snorens Strøvhed, og de forskiellige Frictioner tilsammen, udgiøre de  $0,89 + 0,14 + 0,15 + 0,28 = 1,46$  Pund, og det dobbelte af denne Vægt  $2,92$  Pund burde lægges til de i en løs Tridse ophængte  $8,62$  Pund, isteden for de  $12$  Unzer, som Herr S. tillægger. Derfor som jeg ved denne hypotetiske Beregning have truffet Dimensionerne rigtig, saa vil da den heele Modstand, som Vandet i det andet Forsøg havde at overvinde, have været  $11,54$  Pund, istedenfor  $9,47$  Pund  $= 9$  Pund  $6$  Unzer, som Herr S. ansætter.

Skulde denne skiont noget uvisse Forbedring anbringes ved de øvrige smeatonske Forsøg, da maatte man viide, hvormegent han hver Gang havde lagt til, naar han, efterat Forsøget var endt, søgte den Vægt, som meddelte Hjulet den samme Hastighed, som det havde ved den største Virkning. Men da denne Addition er allerede skeet ved alle de Tal som findes (S. 4. Col. 6.), saa indseer man vel, at de samtlige ere urigtige, dog uden at kunne forbedre dem. Jeg faaer herved Leilighed at yttre den Tanke, hvor ønskeligt det var, om alle Experimentatorer vilde efter Astronomernes Maade optegne alle ved deres Forsøg forefaldne Omstændigheder, uden at iile saa meget til Slutningerne, som deraf kan uledes, paa det at dernæst enhver kunde undersøge og anvende dem paa sin Maade.

## §. VII.

Efterat jeg saaledes har undersøgt de smeatonske Forsøg i Almindelighed, skulde jeg nu vise, hvorledes enhver Deel deraf svarer til de bekiendte hydrauliske Theorier, ferend jeg gaaer over til Undersøgelsen af det, som egentlig er Hovedhensigten af dem. Herved foresfalder nu

1) Det udflydte Vands Hastighed. Smeaton bestemmer det ved Antallet af Hjul-Omløb. Da nu Hjulets Peripherie er  $75$  Tomme, saa finder man

Hastig-

Hastigheden i en Minut naar man multiplicerer Omlobenes Antal med 75, og Hastigheden i en Sekunde naar man tager den Gode Deel deraf. Vel er det ikke aldeles rigtig, at ansee Hjulets yderste Omkreds, som den der udtrykker Vandets Hastighed; thi man skulle egentlig til den Ende bestemme Stødet's Center, som beskriver en Peripherie, der er noget mindre end den forrige, men da Vandstraalernes Nabninger ikke ere angivne, og Straalen ikke har været meget tyk, i visse Tilfælde ei over  $\frac{1}{2}$  Tomme, saa vil denne Mangel i Nøiagtighed vel ikke forvolde nogen betydelig Feil.

Vandets Høide.	1ste	2den	3die	4de	5te	6te Nabning
33''	110''					
30	107,5					
27	102,5					
24	97,5	105''				
21	93,7	101,2				
18	87,5	90				
15	81,2	86,2	90''			
12	70	78	82,5	85''		
9	65	70	72,5	75,5	75''	
6	52,5	57,5	60	60	62,5	65,5''

De til disse Hastigheder af Vandet svarende Høider ere videre beregnede saaledes;

Vandets Høide.	1ste	2den	3die	4de	5te	6te Nabning.
33''	15,7''					
30	14,9					
27	13,6					
24	12,3	14,3				
21	11,4	13,3				
18	9,5	10,5				
15	8,5	9,6	10,5			
12	6,3	6,1	8,8	9,4		
9	5,5	6,5	6,8	6,8	7,5	
6	3,6	4,3	4,6	4,6	7,4	7,4

600 G. Om Vandets største Virkning ved Underfalds-Hjul.

2) Vandets Mengde, som er udflydt i en Sekunde, finder man let udaf den i en Minut udløbne Mengde, som Forfatteren angiver.

Vandets Høide.	1ste	2den	3die	4de	5te	6te Måbning.
33"	73,3 Unz.					
30	70,6					
27	64,8					
24	62,7	91,2				
21	57,1	79,2				
18	53,1	76				
15	47,6	73,9	95,2			
12	42,9	64,4	88	95,7		
9	35,7	53,6	68	88,5	94,7	
6	30,4	44,7	60,8	69,9	81,9	96 Unzer.

3) Vandstraalens Tværsnit ved de forskjellige Hastigheder af Vandet. Det i hver Sekunde udløbne Vand forestiller et Prisma, hvis Grundflade er Straalens Tværsnit, og hvis Høide er Vandets Hastighed i en Sekunde; derfor finder man Straalens Tværsnit, naar man dividerer det til Cubicmaal reducerede Vandmengde med Hastigheden. Ved den bemeldte Reduction har jeg med Smeaton antaget, at en Cubictomme Vand veier 0,579 Unzer.

Vandets Høide.	1ste	2den	3die	4de	5te	6te Måbning.
33"	1,15					
30	1,13					
27	1,09					
24	1,11	1,5				
21	1,05	1,35				
18	1,05	1,46				
15	1,01	1,48	1,83			
12	1,06	1,41	1,84	1,95		
9	0,95	1,32	1,62	2,11	2,18	
6	1	1,34	1,75	2,01	2,26	2,65 Quad. Tom.
Middeltal	1,06	1,41	1,76	2,02	2,72	265 =
Måbninger	1,68	2,24	2,79	3,21	4,32	4,21 =

Fr.

Hr. S. har ei angivet Størrelsen af Abningerne for det udløbne Vand; da det nu er fornødent i det mindste omtrent at vide Abningernes Størrelse, saa har jeg taget et Middeltal af de forskiellige beregnede Vandstraaler, og dernæst beregnet Abninger ved at antage med Poleni, at den sammentrukne Straale forholder sig til Abningen, som 1 : 1, 59. Dette sidste Forhold kunde ogsaa prøves ved Smeatons Forsøg, naar der ikke fandtes den bemeldte Mangel i Esterretningerne. Imidlertid synes der at kunne gøres herved en Anmærkning, som er endnu vigtigere for Hydraulikens Theorie. Man har hidindtil ikke troet, at Straalens Sammentrækning skulde være forskiellig ved forskiellige Vandets Høider og selgelig Hastigheder. Bernoulli har egentlig til den Ende anstilt Forsøg q), og fundet, at Sammentrækningen var et ubetydeligt større ved en større Vands-Høide, end ved en mindre, som det ogsaa burde være i Følge Theorien af denne Sammentrækning. Derimod synes det Modsatte at følge af Smeatons Forsøg; Vandstraalens Tværsnit er større ved Vandets større Høider, og mindre ved de mindre, og altsaa har Sammentrækningen i første Tilfælde været mindre, og i det sidste større. Men herved er at agte, at Straalens Tykkelse er beregnet af de observeerte Vands-Mængder og Hastigheder; og at de i det sidste begaaede Feil altsaa have Indflydelse paa det deraf beregnede. En Omstændighed, som er allerede berørt i Anmærkningen til §. 3. kan have forvoldet en Feil i Hastighedens Bestemmelse, og uden den største Færdighed i Maskinens Behandling har det ikke været muligt, at forebygge den, i Henseende til Vand-Mængden.

Den sidste Formodning om en Urigtighed i de observeerte Hastigheder bliver næsten til en Visshed, naar man sammenligner Resultatet af Forsøgene med den ved Forsøg bekræftede hydrauliske Theorie. De forhen ansatte Høider, som svare til Vandets Hastighed, skulde overalt være  $\frac{2}{3}$  af Vandets hele Høide i Karret; og herfra viger de betydeligen af, da de ved de mindre Høider ere meget over  $\frac{1}{2}$ . De ved forskiellige Høider udflydte Vandmængder

skal

q) Hydrodynamica pag. 81.

skal forholde sig til hinanden, som Quadratrødderne af Høiderne. Beregner man saaledes Vandmængden som er udløben af den første Abning ved 24'' Høide af den ved 9'', saa finder man den 58, 3 Unzer isteden for 62, 7; og denne Forskiel af 4 til 5 Unzer findes paa flere Steder, da man derimod ved at beregne Vandmængden 30, 4 ud af den paa 73, 3 Unzer, finder man den 30, 8 Unzer, og altsaa saa nær som muelig rigtig. Dette tilsammen røber i det mindste en Irregularitet i Forsøgene, og det havde været meget at ønske, at Herr Smeaton først havde søgt at hæve den, ferend han var gaaet videre til andre Forsøg.

## §. 8.

Da Herr Smeaton har angivet den Vægt, som stod i Ligevægt med Vandets Kraft (§. 3. Eol. 5.), saa kan man deraf finde, hvor stor Vandets Pression og selgelig dets Stød i hver Tidsmoment har været. Men da Vandets Stød her ogsaa foruden den af Herr Smeaton anførte Vægt skulde overvinde Modstanden af Friction og Snørets Strøvhed; og denne Modstand kan efter §. 6. anslaaes for  $\frac{1}{3}$  af Vægten, saa bør de ved Forsøg fundne Vægte i denne Proportion formeres. Saaledes var i det første Forsøg Vandets Stød i Ligevægt med 10 Pund 10 Unzer, og selgelig dets hele Modstand lig 18 Pund  $2\frac{2}{3}$  Unzer. Da denne Vægt var ophængt med en løs Tridse, saa virkede altsaa kun  $\frac{1}{2}$  deraf paa Hjulets Axel, nemlig 9 Pund  $1\frac{1}{3}$  Unze = 145, 3 Unzer, hvilket paa Hjulets Peripherie reduceret, giver 17, 4 Unzer. Da nu en Cubictom Vand = 0, 579 Unzer, saa finder man den solde Indhold af det Vand-Prisma, som var lig med Vandets Stød, naar man dividerer 17, 4 Unzer med 0, 579, og det bemeldte Prismas Høide endelig, naar man dividerer Indholden med Grundfladen, eller med den sammentrukne Straales Tværsnit (§. 7.). Samme Beregning giver for de øvrige Forsøg dette Prismas Høide saaledes:

Vandets Høide.	1ste	2den	3die	4de	5te	6te Uad- ning.
33''	26'' 16					
30	19, 5					
27	22, 5					
24	19, 6	20'' 1				
21	18, 1	15, 1				
18	14,	14, 6				
15	11, 2	11, 4	14'' 1			
12	7, 6	8, 8	10, 8	10'' 4		
9	8, 1	6, 4	7, 5	6, 2	6'' 5	
6	3, 9	4, 1	3, 9	4, 1	4,	3'' 8

Naar fra disse Høider  $\frac{1}{3}$  fradrages, giver de Høiden af Vand-Prismet saaledes, som det umiddelbar følger af Forsøgene.

Antager man, at Vandets Hastighed er ved Forsøgene rigtig bestemt, og følgelig de dertil svarende Høider (§. 7.) rigtige, saa kan man nu finde, hvorledes Vandets Stød efter Smeatons Forsøg bør bestemmes, hvorpaa efter (§. 2.) Sagen beroer. Man finder nemlig, at Høiden af det Vand-Prisma, som er lig med Vandets Stød, er ved Vandets største Høide lig 1, 7 af den til Vandets Hastighed svarende Høide, og tager ved de mindre Høider stedse af, indtil den tilsidst bliver lige med den sidste Høide (§. 7.). Her viser sig altsaa en nye Irregularitet i Smeatons Forsøg, som strider mod een af de første Grundsetninger i Mechaniken, at enhver Virkning er proportional med den Kraft, som den frembringer.

§. 9.

Spørger man nu endelig, hvorvidt de Følger ere rigtige, som Herr Smeaton selv har udledet af hans Forsøg (§. 5.), og hvorved han troer at have

have forbedret al theoretisk Kundskab om Vandhjuuls Virkning, saa finder enhver lettelig Svaret af det foregaaende. Forsøge, hvoraf Esterretningerne ere saa ufuldstændige, at de ei kan prøves; Forsøge, hvoraf Resultatet tildeels er urigtig fundet og angivet; Forsøge endelig, som ikke engang indbyrdes stemmer overeens, men i forskiellige Tilfælde give ganske forskiellige Resultater, ere vist ikke skillede til at udlede almindelige Regler af, og selgelig heller ikke til at kuldaste rigtig beviiste almindelige Regler. Det vilde være overflødig, at sammenligne dem samtlige med Theorien; men foretager man denne Sammenligning med det andet Forsøg, saa finder man Overensstemmelsen saa stor, som man kan formode den.

1) Deri var Hjulets Hastighed til Vandets som  $30 : 86 = 15 : 43 = \frac{15}{43} : 1$  og altsaa paa det nærmeste, som  $3 : 1$ . Vel er det sandt, at dette Forhold bliver i det følgende næsten som 2 til 1; men jeg har forhen erindret, at Vandets Hastighed i disse Tilfælde følger en ganske forskiellig Lov, og er formodentlig urigtig bestemt.

2) Om Forholdet imellem Vandets Kraft og den opfordrede Vægt skal være som  $9 : 4$  eller  $9 : 8$  bør nu først af Vandets absolute Kraft bestemmes. Det Vand-Prisma, som udtrykker denne Kraft med sin Vægt er  $19''5$  (§. 8.); den til Vandets Hastighed svarende Høide var  $14''9$  (§. 7.), derfor er Prismens Høide  $= 1,3$  af den sidste Høide. Altsaa er Vandets Stød  $1,3$  pnh (§. 2.), og derfor den største opfordrede Vægt  $\frac{4}{9} \cdot 1,3$  pnh  $= \frac{52}{90}$  pnh eller  $\frac{52}{9}$  af Vandets totale Kraft. I Forsøget var Vandets totale Kraft  $= 16,16$  Unzer, det ved rimelig Beregning (§. 6) fundne opfordrede Vægt  $= \frac{11,54}{2}$  Pund  $= 5,77$  Pund  $= 92$  Unzer, og samme paa Hjulets Peripherie reduceert  $= \frac{92 \cdot 9}{75} = 11,04$  Unzer; selgelig er Kraft til Last  $= 16,16 : 11,04 = 91 : 6$ ; og altsaa næsten, som det burde være. Maafee vilde Overensstemmelsen have været endnu større, naar de (§. 6 og 8) anbragte Forbedringer havde kundet gøres med meer Nøiagtighed.



3) Bandets største Virkning bliver i dette Tilfælde  $= \frac{1}{3} \cdot \frac{5,2}{9} \text{ pnhc}$   
 $= \frac{5,2}{27} \text{ pnhc}$ . Nu var Bandets mekaniske Moment  $= 16,16 \times 107,5$   
 $= 1737,2$ ; Lastens mekaniske Moment  $= 414$ ; og  $1737,2 : 414$   
 $= 27 : 6,3$ ; hvilket Forhold falder noget anderledes ud end det skulde, da  
 det forhen (2) anførte og deri brugte Forhold ikke fandtes aldeles rigtigt.

